

实验一 RLC 串联电路特性的研究

电阻、电容及电感是电路中的基本元件，由 RC 、 RL 、 RLC 构成的串联电路具有不同的特性，包括暂态特性、稳态特性、谐振特性，它们在实际应用中都起着重要的作用。

【实验目的】

1. 通过研究 RC 、 RL 和 RLC 串联电路的暂态过程，加深对电容充、放电规律，电感的电磁感应特性及振荡回路特点的认识；
2. 掌握 RC 、 RL 和 RLC 串联电路的幅频特性和相频特性的测量方法；
3. 用实验的方法测量 RLC 电路的谐振频率，利用幅频曲线求出电路的品质因数 Q 值。

【实验原理】

1. RC 、 RL 、 RLC 暂态过程

(1) RC 串联电路

在由 R 、 C 组成的电路中，暂态过程是电容的充放电的过程。图 1 为 RC 串联电路。其中信号源用方波信号，在上半个周期内，方波电压 $+E$ ，其对电容充电；在下半个周期内，方波电压为零，电容对地放电。充电过程中的回路方程为

$$RC \frac{dU_c}{dt} + U_c = E \quad (1)$$

由初始条件 $t=0$ 时， $U_c=0$ ，得解为

$$\begin{aligned} U_c &= E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \\ U_R &= iR = Ee^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned} \quad (2)$$

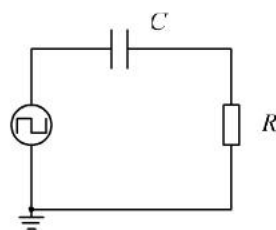


图 1 RC 串联电路

从 U_c 、 U_R 二式可见， U_c 是随时间 t 按指数函数规律增长，而电阻电压 U_R 随时间 t 按指数函数规律衰减，如图 2 中 $U-t$ 、 U_c-t 及 U_R-t 曲线所示。

在放电过程中的回路方程为

$$RC \frac{dU_c}{dt} + U_c = 0 \quad (3)$$

由初始条件 $t=0$ 时， $U_c=E$ ，得解为

$$\begin{aligned} U_c &= Ee^{-\frac{t}{RC}} \\ U_R &= iR = -Ee^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned} \quad (4)$$

从 U_c 、 U_R 式可见，它们都随时间 t 按指数函数规律衰减。式中的 $RC = \tau$ 具有时间的量纲，

称为时间常数，是表征暂态过程进行得快慢的一个重要物理量。与时间常数 τ 有关的另一个在实验中较容易测定的特征值，称为半衰期 $T_{1/2}$ ，即当 $U_C(t)$ 下降到初值（或上升至终值）一半时所需要的时间，它同样反映了暂态过程的快慢程度，与 τ 的关系为

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 = 0.693 \tau \quad (\text{或} \tau = 1.443 T_{1/2}) \quad (5)$$

(2) RL 串联电路

与 RC 串联电路进行类似分析可得， RL 串联电路的时间常数 τ 及半衰期 $T_{1/2}$ 分别为：

$$\tau = \frac{L}{R}, \quad T_{1/2} = 0.693 \tau = 0.693 \frac{L}{R} \quad (6)$$

(3) RLC 串联电路

先讨论 RLC 电路中突然接入电源，电容器上电压满足的微分方程为

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E \quad (7)$$

等式边同除以 LC ，并令

$$\beta = R/2L \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (8)$$

则上式可化为

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + 2\beta \frac{dU_C}{dt} + \omega_0^2 U_C = \omega_0^2 E \quad (9)$$

式(9)为一阻尼振荡方程， β 为阻尼系数， ω_0 为电路的固有频率。又由本过程的两个初始条件

$$U_C|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{dU_C}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (10)$$

所以(10)式最终解的形式取决于 β 和 ω_0 的相对大小。

下面就分三种情况给出结果

(1) 欠阻尼

当 $\beta^2 - \omega_0^2 < 0$ 时，称为欠阻尼，

其解为

$$U_C = E - E e^{-\beta t} \left(\cos \omega t + \frac{\beta}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (11)$$

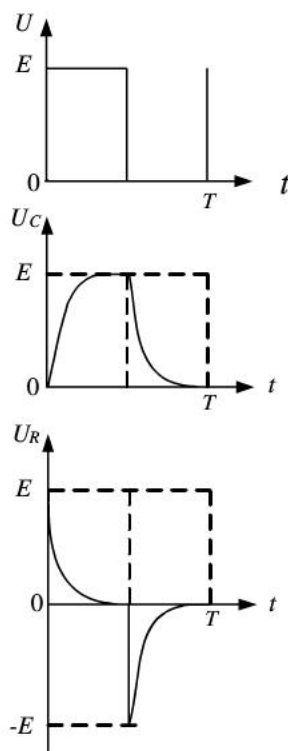


图2 RC 串联电路充放电曲线

式中, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, 式 (11) 称为阻尼振荡解.

(2) 过阻尼

当 $\beta^2 - \omega_0^2 > 0$ 时, 称为过阻尼.

其解为

$$U_c = E - \frac{E}{2r} e^{-\beta t} [(\beta + \gamma)e^{\gamma t} - (\beta - \gamma)e^{-\gamma t}] \quad (12)$$

式中: $\gamma = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$

(3) 临界阻尼

当 $\beta^2 - \omega_0^2 = 0$ 时, 称为临界阻尼, 此时其解为

$$U_c = E - E(1 + \beta t)e^{-\beta t} \quad (13)$$

当电路达到稳定后, 突然撤去电源电动势 (即 $E = 0$), 电路的变化类似于充电过程. 方程的解也分为三种情况.

以上讨论的充、放电的条件是加阶越波且源内阻 $= 0$. 在实验中, 我们可以用源内阻很小的方波源来代替上述条件. 只要方波的周期远大于电路的时间常数就可以.

上述三种情况下 U_c 随时间 t 的变化如图 3 所示

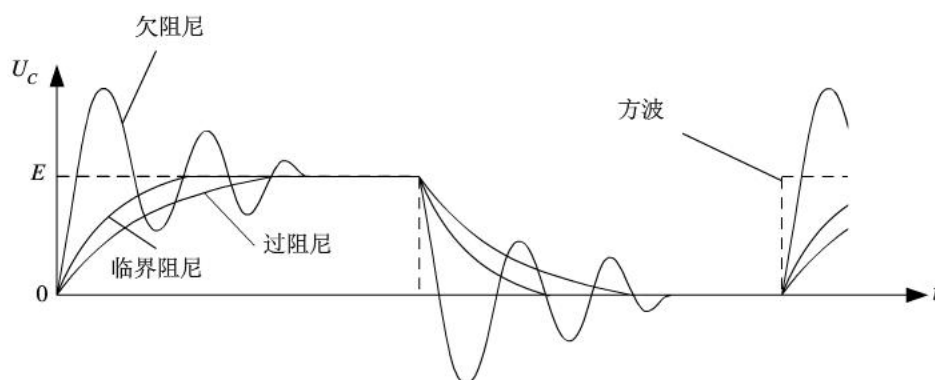


图 3 RLC 串联电路充、放电波形

2. RC、RL 稳态电路

当把正弦交流电 U_i 输入到 RC (或 RL) 组成的串联电路时, 电容或电阻两端的输出电压 U_0 的幅度及相位将随输入电压 U_i 的频率而变化. 在这样的回路中的只要测得在不同输入频率下的各元件的电压量值, 就可以得到幅频和相频的关系.

$$\varphi = \lg^{-1} \frac{U_L}{U_R} = \lg^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad (14)$$

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{-U_C}{U_R} = \operatorname{tg}^{-1} \left(-\frac{1}{\omega CR} \right) \quad (15)$$

3. RLC 谐振电路

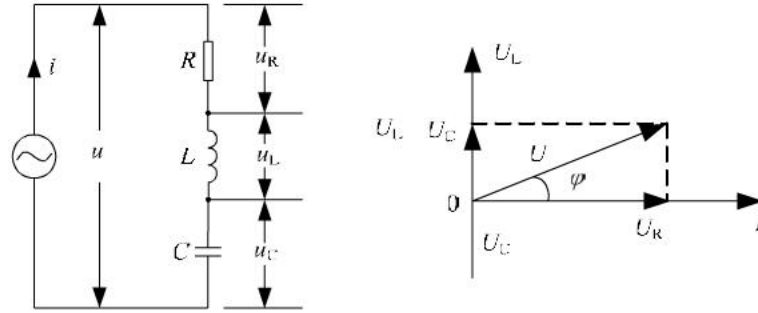


图4 RLC 串联电路

(1) 如图4所示的是 RLC 串联电路. RLC 串联电路的阻抗和相位差可通过矢量图的方法计算, 因为通过各元件的电流是共同的. 取电流矢量 I 为水平基准, 又由于各分电压与电流的相位差为

$$\varphi_R = 0, \quad \varphi_L = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_C = -\frac{\pi}{2}$$

所以各元件的电压有效值为

$$U_R = IZ = IR, U_L = IZ_L = I\omega L, U_C = IZ_C = I / \omega C \quad (16)$$

总电压

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad \text{或} \quad U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (17)$$

电路总阻抗为

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (18)$$

电流与信号电压的位相差为

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{U_L - U_C}{U_R} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (19)$$

(2) 谐振现象

从上述可知，当电压一定时，若电源频率满足

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{或} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (20)$$

则电路阻抗达到其极小值 $Z_0 = R$ ，电路中，电流达到其极大值 $I_m = U/R$ 。这种现象，称为谐振现象，发生谐振时的频率 f_0 称为谐振频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (21)$$

利用上述关系式，可以得到串联谐振电路的阻抗 Z 、电流 I 和相位差 $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ 随频率变化的曲线，如图 5 所示。定性而言，由式 (17) 和 (18) 可以看出，低频时 $f < f_0$ ， $1/\omega C > \omega L$ ，容抗大于感抗， $\varphi < 0$ ，此时总电压落后于电流，整个电路呈电容性；谐振时， $\varphi = 0$ ，整个电路呈电阻性；高频时 $f > f_0$ ， $\omega L > 1/\omega C$ ，感抗大于容抗， $\varphi > 0$ ，此时总电压超前于电流，整个电路呈电感性。

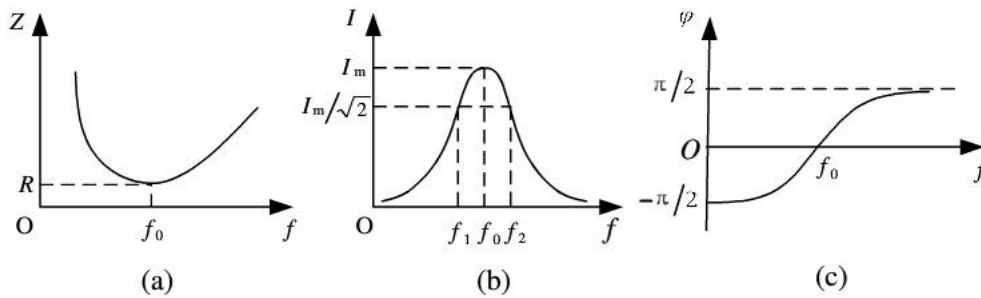


图 5 串联谐振电路的谐振曲线以及相位随频率的变化

(3) 谐振电路中的品质因数

(I) Q 值的一种定义和电压分配

利用式 $I_m = U/R$ ，可以得到串联谐振电路中电阻、电感和电容上的电压分别为

$$\begin{aligned} U_R &= I_m R = U \\ U_L &= I_m Z_L = \frac{U}{R} \omega_0 L \\ U_C &= I_m Z_C = \frac{U}{R} \cdot \frac{1}{\omega_0 C} = U_L \end{aligned} \quad (22)$$

谐振时电感上的电压 U_L 与总电压 U 的比值，称为谐振电路的品质因数，用 Q 表示，即

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (23)$$

当总电压一定时， Q 值越高， U_L 和 U_C 越大。 Q 值是一个标志谐振电路性能好坏的物理量。

(II) 谐振电路的频率选择性

谐振电路在无线电技术中最重要的应用是选择讯号。为了定量地说明频率选择性的好坏程度，通常规定在谐振峰两边 $I = (1/\sqrt{2})I_m$ 处的频率宽度为通频带宽度 Δf 。如图 5 (b) 所示，有

$$\Delta f = f_2 - f_1 \quad (24)$$

$$I(f_1) = I(f_2) = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (25)$$

可以证明，谐振电路的通频带宽度 Δf 反比于谐振电路的 Q 值，即

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (26)$$

Q 值越大，通频带宽度 Δf 越小，谐振峰越尖锐。因此， Q 值越大，谐振电路的频率选择性就越好。

【实验仪器】

数字万用表，数字式电容表，功率函数信号发生器，存贮示波器，晶体管毫伏表，实验接线板，电阻、电容和电感等。

【实验内容】

1. 取不同参数的 RC 或 RL 组成串联电路，测量并描绘当时间常数小于或大于方波的半周期时的电容或电感上的波形，计算时间常数并与理论值比较；

2. 选择不同的 RLC 组成的串联电路，测量并描绘欠阻尼过程、临界阻尼过程、过阻尼过程时电容上的波形，计算时间常数并与理论值比较。注意，方波的周期应远大于 RLC 串联电路的时间常数；

3. 把正弦交流电 U_i 输入到 RC 和 RL 组成的串联电路，测量电容和电阻两端的输出电压幅度随 U_i 的频率变化，分别测量 10 个频点。在同一时间轴下绘出幅频和相频的关系曲线，幅频曲线的幅值用相对变化表示；

4. 把正弦交流电 U_i 输入到 RLC 组成的串联电路时，测量各元件两端的输出电压幅度随 U_i 的频率的变化。绘出幅频和相频的关系曲线，绘图要求同 3。确定谐振频率，计算品质因素，分别测量 20 个频点；取不同的电容两个进行测量并进行比较分析。

【注意事项】

1. 应用各种仪器前，仔细查阅有关说明书和使用方法。

2. 各电路元件在测量时, 接地点应于仪器的接地点一致.

【思考题】

1. 在 RC 暂态过程中, 固定方波的频率, 而改变电阻的阻值, 为什么会有不同的波形? 而改变方波的频率, 会得到类似的波形吗?
2. 在 RLC 暂态过程中, 若方波的频率很高或很低, 能观察到阻尼振荡的波形吗? 如何由阻尼振荡的波形来测量 RLC 电路的时间常数?
3. 在 RC 、 RL 电路中, 当 C 或 L 的损耗电阻不能忽略不计时, 能否用本实验测量电路中时间常数?
4. 把一个幅值为 U_i , 角频率 $\omega = 1/RC$ 的正弦交流电加在 RC 串联电路的输入端, 如果 $R = 1\text{ k}\Omega$, $C = 0.5\text{ }\mu\text{F}$, 试计算 U_R 、 U_C 、 $|U_C/U_i|$ 及 φ_C , 并用矢量图表示.
5. 根据 RLC 串联谐振的特点, 在实验中如何判断电路达到了谐振?
6. 串联谐振时, 电路和电感上的瞬时电压的相位关系如何? 若将电容和电感接到示波器的 X 和 Y 轴上, 将看到什么现象? 为什么?

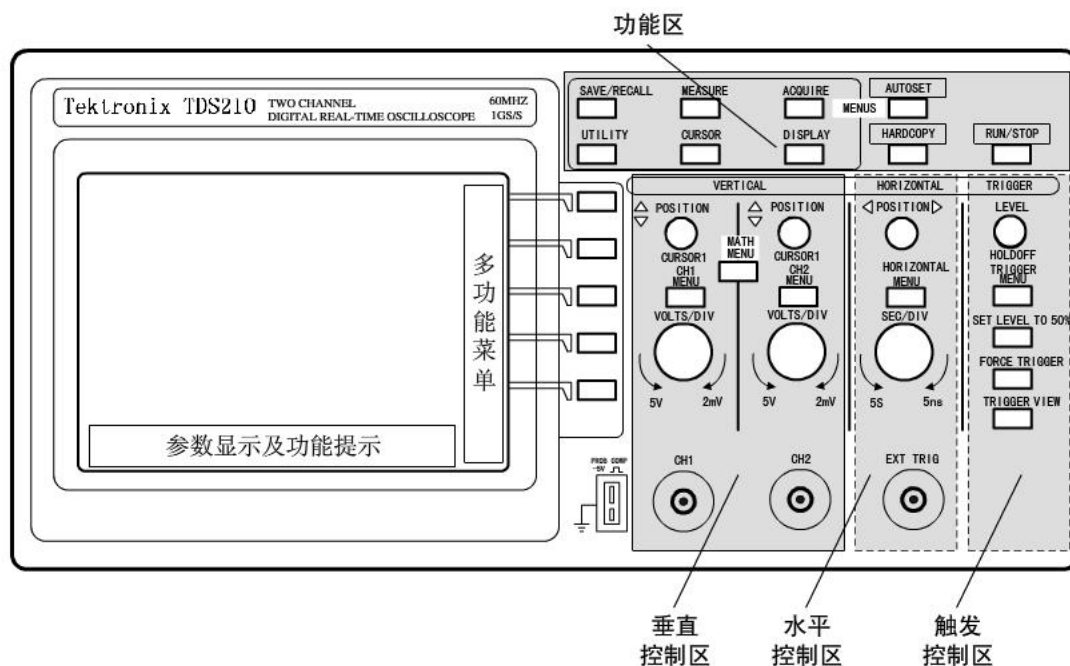
【参考资料】

- [1] 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学 (下册). 北京: 人民教育出版社, 1980
- [2] 程守珠, 江之永. 普通物理学 (第五版). 北京: 高等教育出版社, 1998
- [3] 谢行恕, 康士秀. 大学物理实验 (第二册). 北京: 高等教育出版社, 2001

【附录】

示波器的介绍

面板分为几个功能区，有这个概念后，使用和寻找都很方便。下面概要介绍本实验所需使用的控制钮以及屏幕上显示的信息。（附图 1）



附图 1 示波器面板图

1. 显示区

显示图象中除了波形外，还包含许多有关波形和仪器控制设定值的细节。

2. VERTICAL: 垂直控制区

(1) CH 1

波形输入、放大倍数调整、垂直位置调整、屏幕菜单

(2) CH 2

同上

3. HORIZONTAL: 水平控制区

波形输入、扫描速度、水平位置调整、屏幕菜单

4. TRIGGER: 触发控制区

触发电平调整、触发菜单、触发模式常用键

5. 功能区

(1) SAVE/RECALL: 储存/调出菜单

可储存或调出波形

(2) MEASURE: 测量菜单

使多功能键进入测量模式

(3) ACQUIRE: 采样方式菜单

显示点采样方式选择

(4) **CURSOR:** 光标菜单

屏幕读出功能，垂直区的两个位置旋钮分别控制两个光标。

(5) **DISPLAY:** 显示模式菜单

(6) **OUTOSET:** 自动最佳参数设置

由仪器根据输入波形自动设置扫描参数，适用于多数测量情况。

(7) **RUN/STOP:** 启动/停止键

扫描启动、停止键。